**Лекция 14**

**Вынужденные колебания без сопротивления системы с двумя степенями свободы**

Пусть, к консервативной системе приложены вынуждающие силы, которые приводятся к двум обобщенным вынуждающим силам и . Тогда дифференциальные уравнения движения системы станут неоднородными

Решение этих уравнений складывается, как обычно, из общего решения однородных уравнений (незатухающие колебания с собственными частотами k1 и k2 ) и вынужденных колебаний, соответствующих частным решениям уравнений (1).

Как было сказано, всегда можно от координат перейти к нормальным координатам θ1 θ2, в которых дифференциальные уравнения разделяются. Пусть вынуждающие силы гармонические, тогда, ограничившись одной гармоникой, получим:

Из этих уравнений видно, что система имеет два резонанса при совпадении каждой из собственных частот

с вынуждающей частотой р.

***Пример*** (***динамический гаситель колебаний***).

На Рис.1 изображена схема машины массы М на упругом основании жесткости с1.

К машине приложена периодическая вынуждающая сила H Sin(t+, которая может возникнуть, например, от неуравновешенности двигателя машины, вращающегося с угловой скоростью .

HSin(pt+

Рис.1

с1

Mg

Очевидно, что машина будет совершать нежелательные вынужденные колебания, особенно опасные вблизи резонанса .

Покажем, как с помощью динамического гасителя колебаний можно избавить машину от вынужденных колебаний. Динамический гаситель колебаний представляет собой тело массы m, установленное на пружине жесткости c2 на машине (Рис.2).

За обобщенные координаты выберем абсолютные координаты z1 z2, начало которых выбрано в положении равновесия масс. Вычисляя работу потенциальных сил при возвращении системы в положение равновесия, находим квадратичную форму потенциальной энергий

HSin(pt+

Рис.2

с1

Mg

с2

mg

z

Отсюда получаем коэффициенты жесткости

Кинетическая энергия

Отсюда

Подставив формы (4) (6) в уравнения Лагранжа

получим дифференциальные уравнения движения

Решение ищем в виде правой части.

Подставив решения в уравнения, после сокращения на получим алгебраическую систему для определения амплитуд вынужденных колебаний А и В.

Определитель матрицы системы (11)

Решения системы (11)

Отсюда вытекает, что если правильно подобрать соотношение массы и жесткости c2 пружины динамического гасителя:

то амплитуда А вынужденных колебаний машины будет равно нулю. В этом случае:

Гаситель действует на машину с силой . С учетом (16) и (10) находим, что сила

уравновешивает вынуждающую силу. Поэтому на машину не действует вынуждающая сила. Вся энергия неуравновешенной массы идет на раскачивание гасителя.

Выбор параметров гасителя является результатом компромисса между его массой и амплитудой . Малая масса ведет к большой амплитуде гасителя.