**Лекция 12**

**Вынужденные колебания с вязким сопротивлением. Закон движения.**

Пусть на рассмотренную выше систему, наряду с потенциальными силами, действуют силы вязкого сопротивления и вынуждающие силы.

Потенциальные силы определяются функцией потенциальной энергии

– нулевой уровень выбран в положении устойчивого равновесия, где

Силы вязкого сопротивления характеризуются функцией Релея Ф, вынуждающие силы представлены обобщенной силой Q. После линеаризации (если она требуется) получаем квадратичные формы:

и обобщенную вынуждающую силу

Записываем уравнение Лагранжа:

Подставив выражения (3) в уравнение (5), получим ***дифференциальное уравнения вынужденных колебаний с сопротивлением***

где

Решение неоднородного уравнения (6) состоит из общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения .

Решение даже при малом сопротивлении со временем затухает

Частное решение ищем в виде:

где амплитуда, сдвиг фазы.

Производные

Правую часть уравнения представляем в виде

После подстановки в уравнение, находим

Собираем коэффициенты при и

Возведем (14) и (15) в квадрат и сложим:

Поделим второе на первое:

Окончательное частное решение

Общее решение дифференциального уравнения колебаний (при n < k):

Скорость

Постоянные интегрирования С1 и С2 , как всегда, находим из начальных условий

Откуда

Видим, что С1 и С2 состоят из начальных условий и слагаемых, зависящих от вынуждающей силы. Подставив С1 и С2 в решение увидим, что, как и в вынужденных колебаниях без сопротивления, движения системы состоит из трёх колебаний (n < k):

1. с квазичастотой и амплитудой, зависящей от начальных условий,
2. с квазичастотой и амплитудой, не зависящей от начальных условий
3. собственно вынужденные колебания с частотой р.

Независимо от величины сопротивления n, первые два колебания со временем исчезают, и остается собственно вынужденное колебание (частное решение). Поэтому оно представляет особый интерес.

**Зависимости**  **и *ε (z)***

Качественные характеристики строим по (16) и (17), как и раньше, в безразмерных величинах коэффициента динамичности и сдвига фаз

Здесь безразмерный коэффициент сопротивления.

Построим графики зависимостей и

Сначала исследуем зависимость на экстремумы. Очевидно, что при , а при

Рассмотрим подкоренное выражение

Найдем точки подозрительные на экстремум.

Корень существует при любом сопротивлении

Второй корень найдем из

Этот корень уменьшается с увеличением сопротивления и исчезает при сопротивлении

Выясним вид экстремума в нуле.

Производная отрицательна в нуле при . При этом у в нуле имеет max, а минимум.

Именно при , существует и второй корень z2, в котором имеет максимум, поскольку за минимумом функции одной переменной следует максимум.

***Результат***

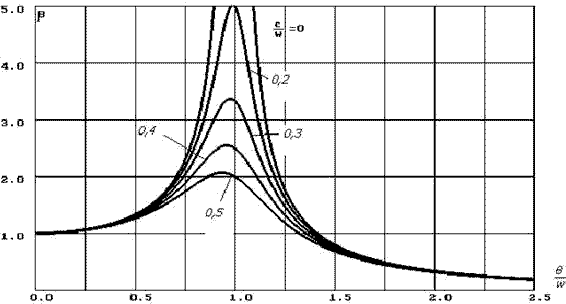
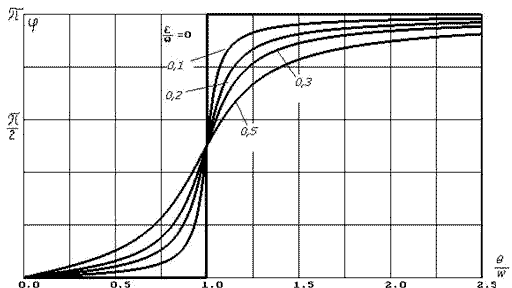
1. График функции (Рис.1) зависит от величины сопротивления : при функция имеет минимум в нуле и максимум (***резонанс***) при z2.
2. Значение z2 и величина резонансной амплитуды уменьшаются с увеличением сопротивления
3. При большом сопротивлении функция имеет только максимум в нуле.

Рис.1

Исследуем зависимость . Перейдем в формуле (17) к безразмерным величинам, поделив числитель и знаменатель на

Видим, что при любом сопротивлении , а при



Значит, все графики проходят через точку

Перенесем график Рис. 3 лекции 11 для на Рис.2

Очевидно, что графики изменяются непрерывно с изменением сопротивления . Значит, при увеличении сопротивления графики будут удаляться от графика

Выводы:

1. ***Консервативная система*** (все силы потенциальны) совершает незатухающие колебания около положения устойчивого равновесия ().

Рис.2

1. Среда (***сила вязкого сопротивления***) рассеивает полную механическую энергию системы. Поэтому даже при малом сопротивлении колебания будут затухающими, а при большом сопротивления колебания отсутствуют.
2. Если в ***систему без сопротивления*** поступает энергия в виде периодической вынуждающей силы, то появляются вынужденные колебания с частотой вынужденной силы. Их амплитуда достигает бесконечного значения при p = k (явление резонанса), если система не разрушится раньше.
3. Наиболее общей является модель ***вынужденных колебаний с сопротивлением***, при которых увеличение сопротивления уменьшает резонансную частоту и амплитуду, а при достижении сопротивлением значения резонанс исчезает.
4. Опасного явления резонанса можно избежать если:

а) работать вдали от зоны резонанса.

б) подавить резонанс с помощью демпферов.

Существуют механизмы, в которых явления резонанса полезны. Например, в трамбовочных машинах, отбойных молотках и вибротранспортерах.